سلم تصحيح امتحان مقرر التحليل1 للسنة الأولى رياضيات-15–16–د. إضافية

الجواب الأول (30- د): 1) سلسلة القوى- 10-:

$$S_1=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{(-1)^n}{3+n}\right).(x-3)^n;\ c=1,\ R=\lim_{n\to\infty}\frac{4+n}{3+n}=1\Rightarrow I=]2\ ,\ 4[$$

$$x=2\Rightarrow S_{3-1}=\sum_{n=0}^{\infty}.\left(\frac{1}{3+n}\right),\ x=4\Rightarrow S_{3-2}=\sum_{n=0}^{\infty}.\left(\frac{(-1)^n}{3+n}\right)\Rightarrow I_f=]2\ ,\ 4]$$

السلسلة S_{3-1} متباعدة لأنها من الشكل $(\alpha\neq 0)$; $\sum_{n=0}^{\infty}.\left(\frac{\alpha}{\beta+\gamma.n}\right)$ ، والسلسلة S_{3-2} متقاربة لأنها متناوبة وتحقق شرطي ليبتنز.

2) نوع التقارب للسلسلة الثانية - 5 -: بما أن السلسلة متناوبة وتحقق شرطي ليبتنز فهي متقاربة بما أن:

$S_2=\sum_{n=1}^{\infty}\left|(-1)^n.\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right|=\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ هي سلسلة ريمان فيها $s=0.5<1$ ، فهي متباعدة فالتقارب شرطي.

3) السلسلة الثالثة - 10 -:

$$S_3=\sum_{n=4}^{\infty}\frac{1}{n^2-4n+3}:a_n=\frac{1}{n^2-4n+3}=\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{n-3}-\frac{1}{n-1}\right)$$

$$\Rightarrow S_N=\frac{1}{2}\left[1-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}+..+\frac{1}{N-3}-\frac{1}{N-2}+\frac{1}{N-2}-\frac{1}{N-1}\right]\xrightarrow[n\to\infty]{}\frac{3}{4}=S_3.$$

السلسلة الرابعة - 5 -: متباعدة لا تحقق الشرط اللازم $a_n\xrightarrow[n\to\infty]{}e^2.1=e^2\neq 0$.

الجواب الثاني [50 د]:

1) معادلة المماس-14-:

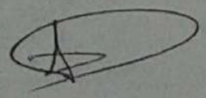
$$z_0=y_1(1)=8,\quad z'=y_1'=\frac{1}{\sqrt{1-(1-x)^2}}+\frac{1}{x}Ch(\ln x)+4x^3\Rightarrow y_1'(1)=6$$
$$\Rightarrow z-8=6.(x-1)\Rightarrow z=6x+2.$$

2) استمرار الدالة $y_2(x)$ -20-:الدالة مستمرة لأنها تركيب دوال مستمرة ولكن في النقطة $x=3$ نجد:

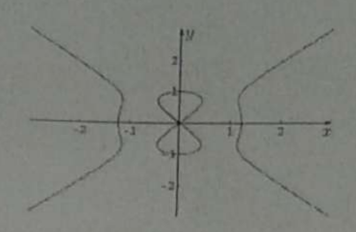
$$\lim_{x\xrightarrow{<}3}y_2=1\ ,\ \lim_{x\xrightarrow{>}3}y_2=0\neq y_2(3)=0$$

فالدالة مستمرة من اليمين وبما أن كلا النهايتين غير محدودة فنقطة الانقطاع 3 هي من النوع الأول.

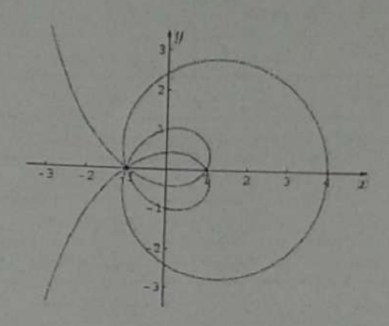
3) (16-8+8):تعطى المعادلة الديكارتية لمنحني الشيطان بالشكل التالي : $y^4-x^4+a.y^2+b.x^2=0$



و يأخذ منحنيه الشكل التالي :



(منحني البلانتيو) $x(t)=\frac{a\sin(m+n)t}{\sin(m-n)t},\ y(t)=\frac{2a\sin(m)t.\sin(n)t}{\sin(m-n)t}$



الجواب الثالث [20 د]:

الجداء الأول (10 د): نأخذ السلسلة $S_1=\ln 2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^n}$ وهي متقاربة لأنها هندسية أساسها:

$q=\frac{1}{3}<1$ ومجموعها : $S_1=(\ln 2)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^n}=\frac{1}{1-q}=\frac{3(\ln 2)}{2}$ فالجداء متقارب وحاصله: $P_1=e^{\frac{3(\ln 2)}{2}}$.

الجداء الثاني (10 د): الجداء متباعد لأنه لا يحقق الشرط اللازم:

$$a_n=1-\arctan\left(\frac{n^3+1}{7n^3++n+1}\right)\xrightarrow[n\to\infty]{}1-\frac{\pi}{4}\neq 1$$

د. مصطفى حسن

